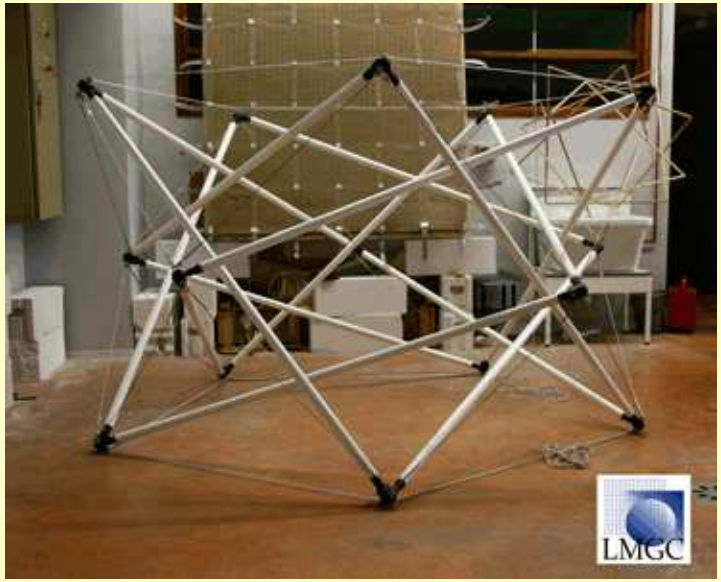
Mesure de la tension de câbles à rigidité de flexion non nulle à l'aide d'un tensiomètre

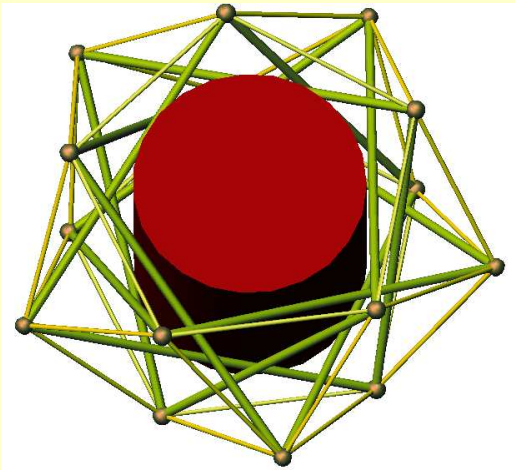
F. Cévaër, J. Quirant, N. Angellier, J.F. Dubé

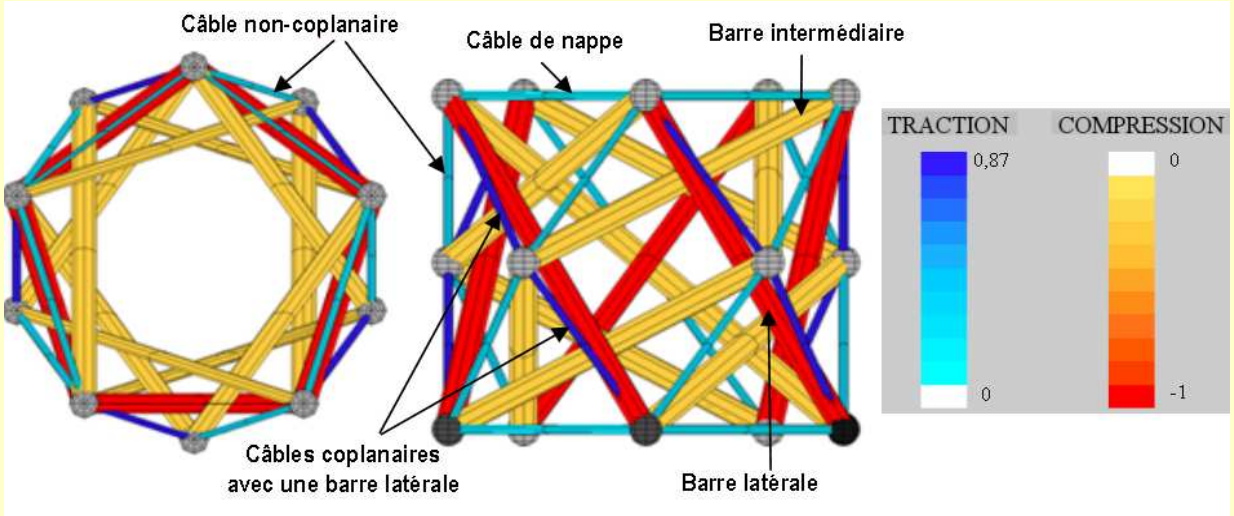
LMGC, Université Montpellier 2

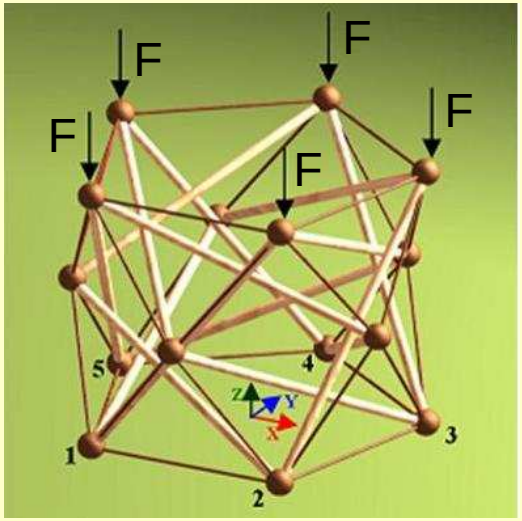
Préambule :

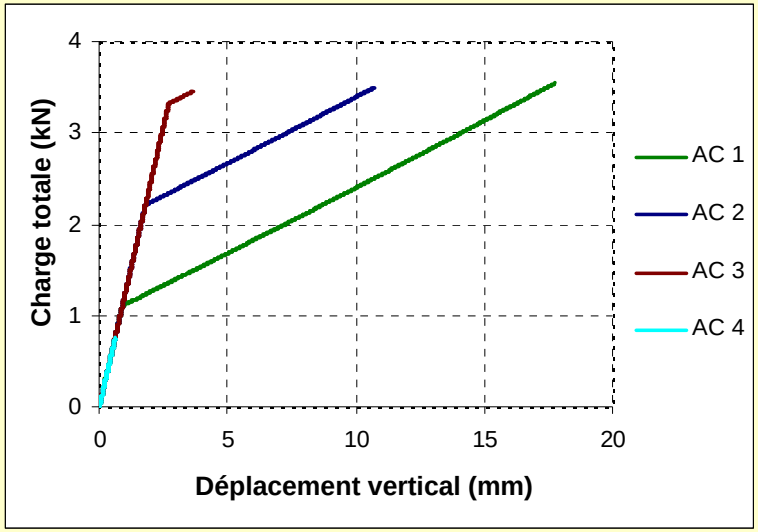
- Systèmes de tenségrité
  - Barres et Câbles
  - En état d'autocontrainte
  - Légers, pliables …

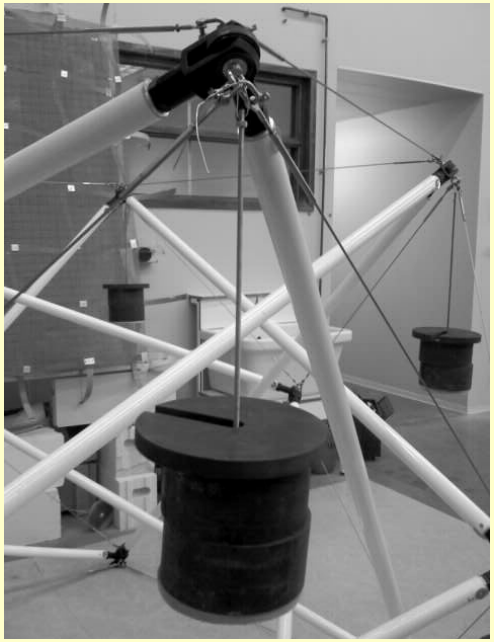







F
F
F
F
F
1
2
3
4
5
Z
Y
X


Charge totale (kN)
Déplacement vertical (mm)
0
1
2
3
4
0
5
10
15
20
AC 1
AC 2
AC 3
AC 4



Problématique :

Proposer un dispositif de mesure de la tension des câbles en place

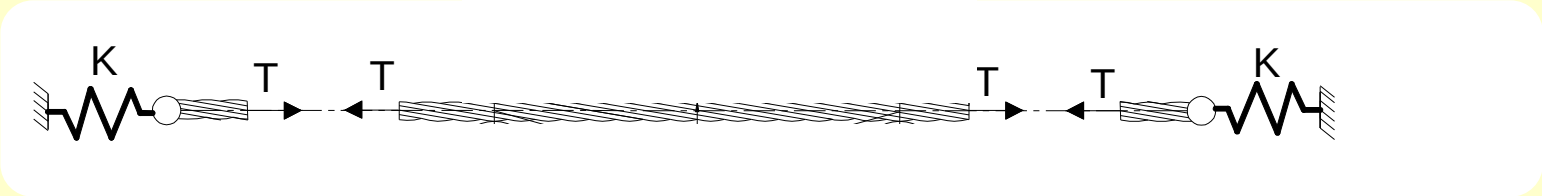
2 approches existantes :

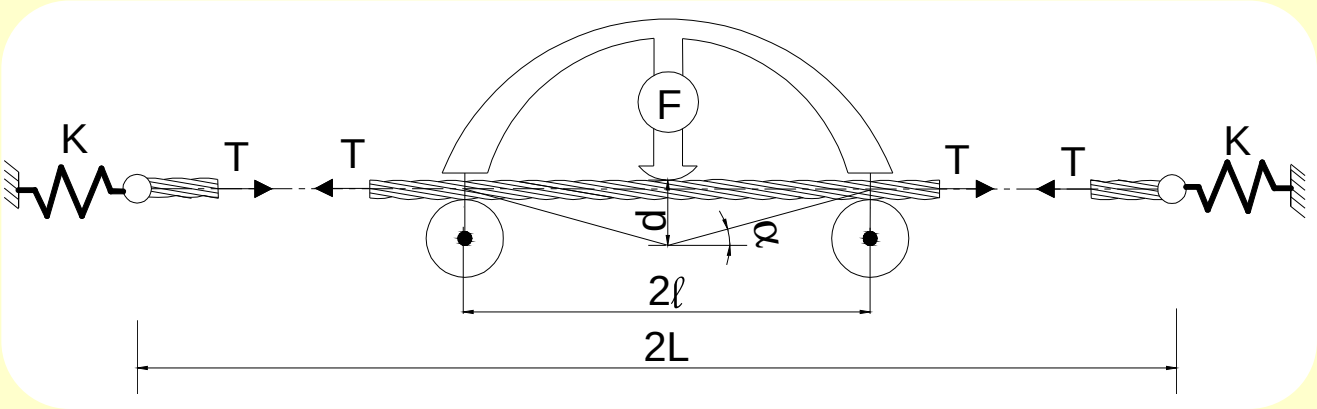
a/ Etudes vibratoires des câbles (écartées pour causes de liaisons composites, inertie du câble, longueurs variables)

b/ Etudes statiques

Dispositifs existants (écartés en raisons de plages de tensions, propres à certains diamètres de câbles, calibrages nécessaires...)

➔ Elaboration d'un outil expérimental (méthode statique) pouvant couvrir une large gamme de tension et de types de câble pouvant renseigner sur la tension T mais aussi sur la rigidité K des appuis.





- câble à inertie nulle

Modélisation en flexion 3 points

$$F = \frac{2T}{\ell} d + \frac{K K_0}{K + K_0} \frac{1}{\ell^2} d^3$$

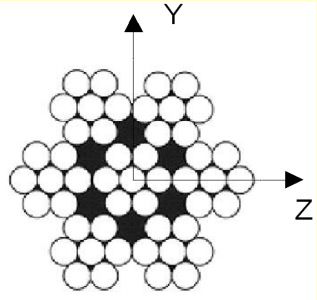
$$K_0 = \frac{ES}{L}$$

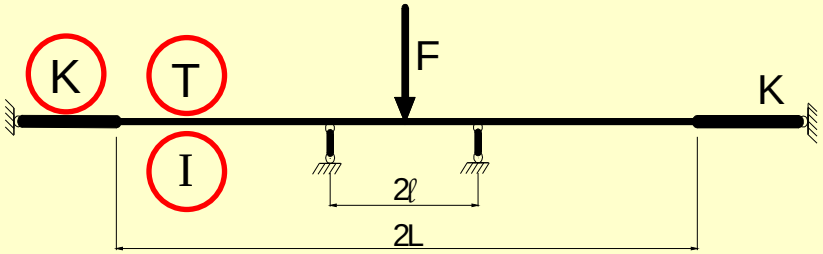
$$d^2 << \ell^2$$

Soit : $F = C_1.d + C_3.d^3$

• Modélisation numérique : ANSYS

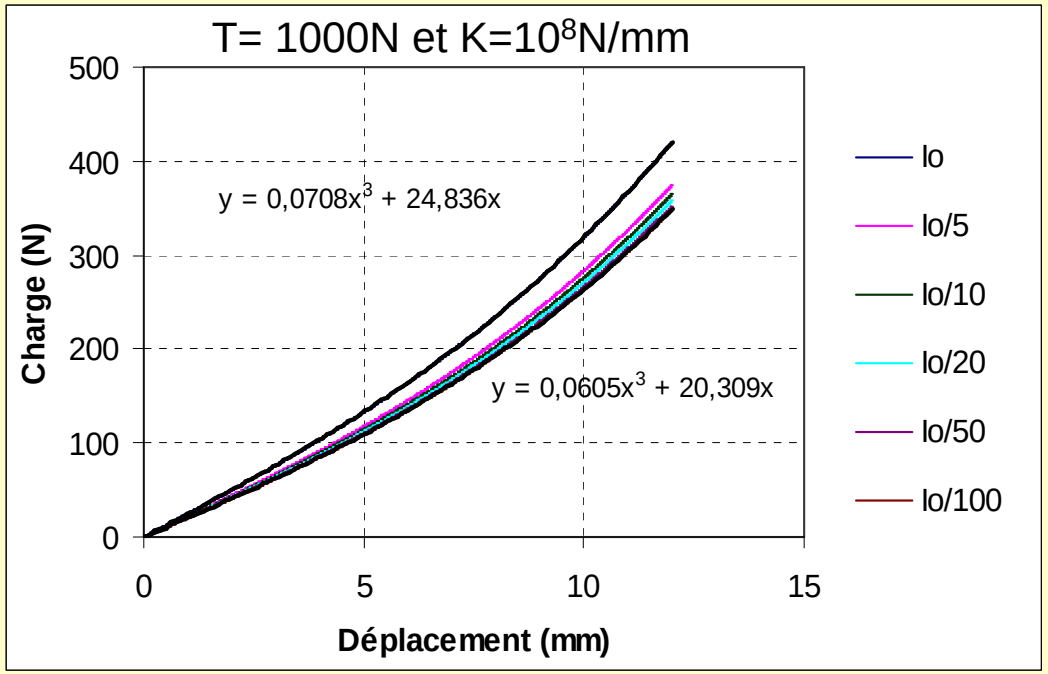
Section pleine S	3,85 mm²
Inertie I_z	1,67 mm⁴
Module d'Young E	100 000 MPa
Demi longueur L	650 mm
Rigidité K_0	592 N/mm
Demi espacement des poulies ℓ	100 mm





Le câble :
150 éléments "poutre" de longueur 5 mm entre les poulies du tensiomètre et de 10 mm pour le reste.

Les appuis de rigidité K fixée :
2 éléments "poutre" reliés aux extrémités du câble.



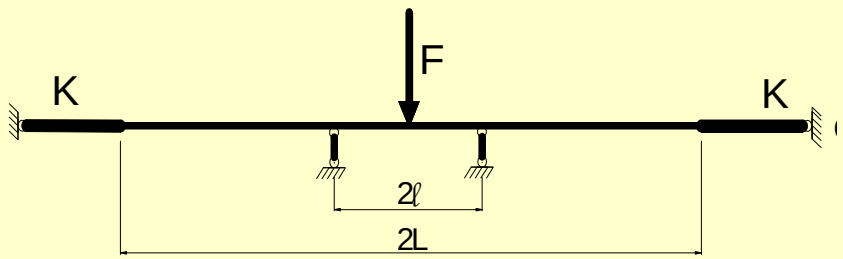
• câble à inertie non nulle

Modélisation en flexion 3 points

$$F = C_1.d + C_3.d^3$$

$$C_1 = \frac{2T}{\ell}\left[1 + g_1(I,K,T)\right]$$

$$C_3 = \frac{KK_0}{K + K_0}\frac{1}{\ell^2}\left[1 + g_3(I,K,T)\right]$$



L = 650 mm
ℓ = 100 mm

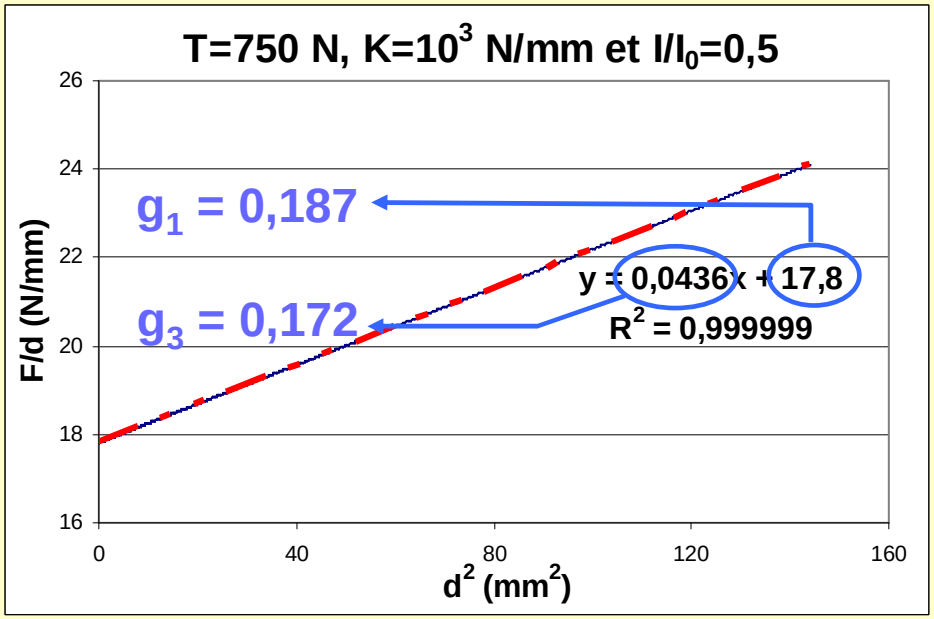
➔ Recherche d'une expression empirique modélisant les fonctions correctives g_1 et g_3

Plage de variation des paramètres auscultés :

- T : de 250N à 1250N
- K : de 10^2 à 10^8 N/mm
- I : de I_0 à $I_0/50$

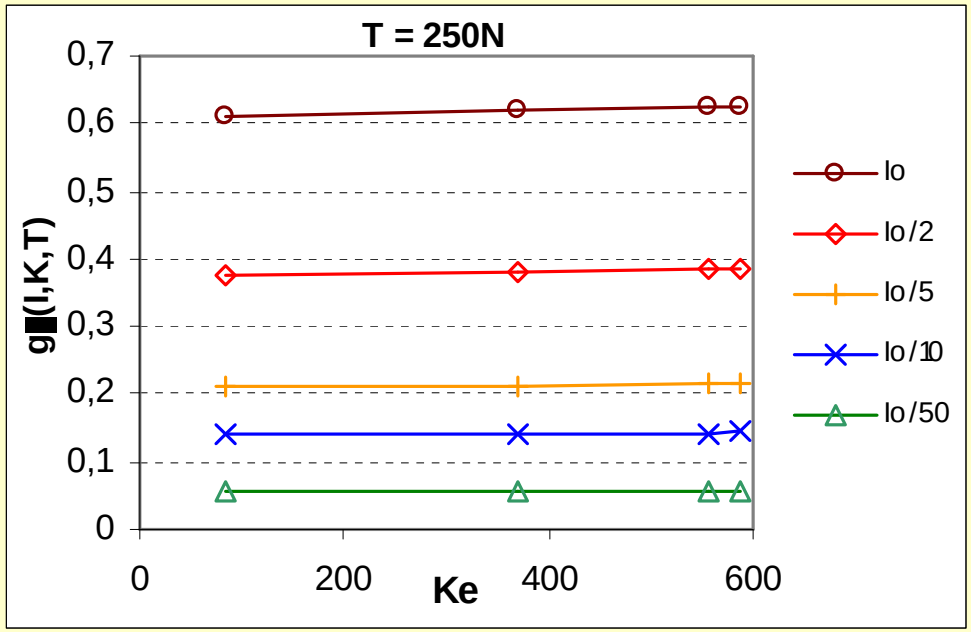
} 100 cas étudiés

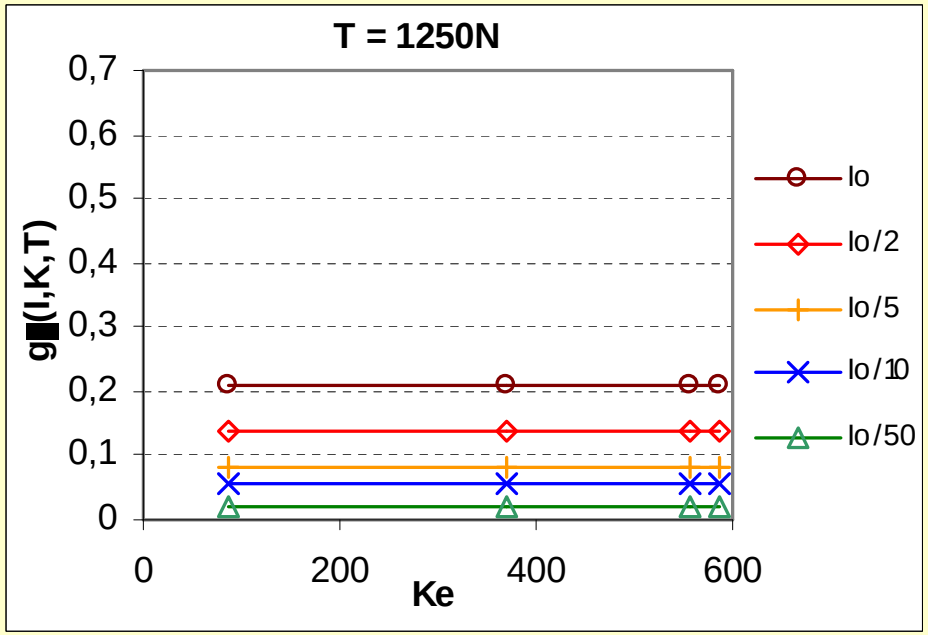
$$F = C_1.d + C_3.d^3 \rightarrow \frac{F}{d} = C_1 + C_3.d^2$$



Evolution des fonctions correctives $g_1(I,K,T)$ et $g_3(I,K,T)$

$g_1(I,K,T)$



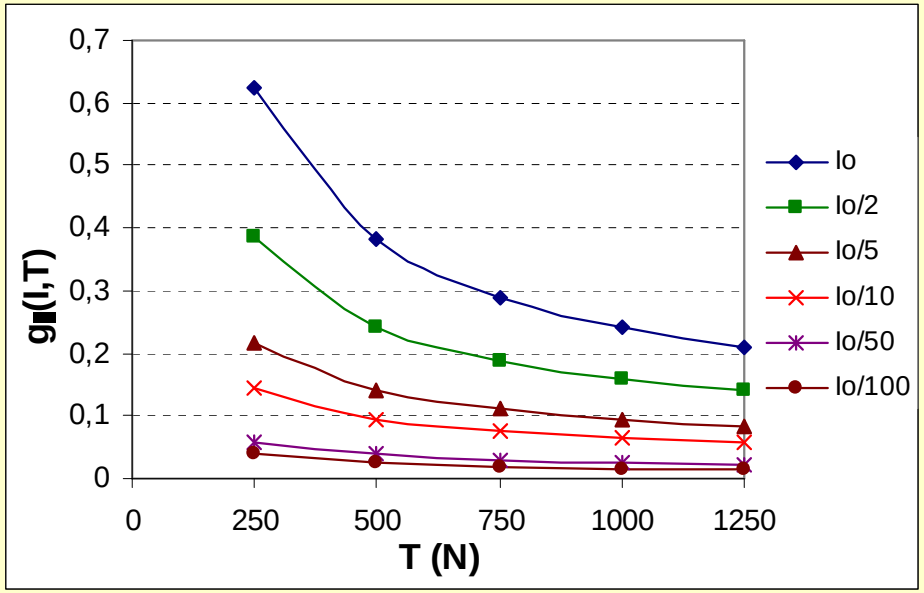


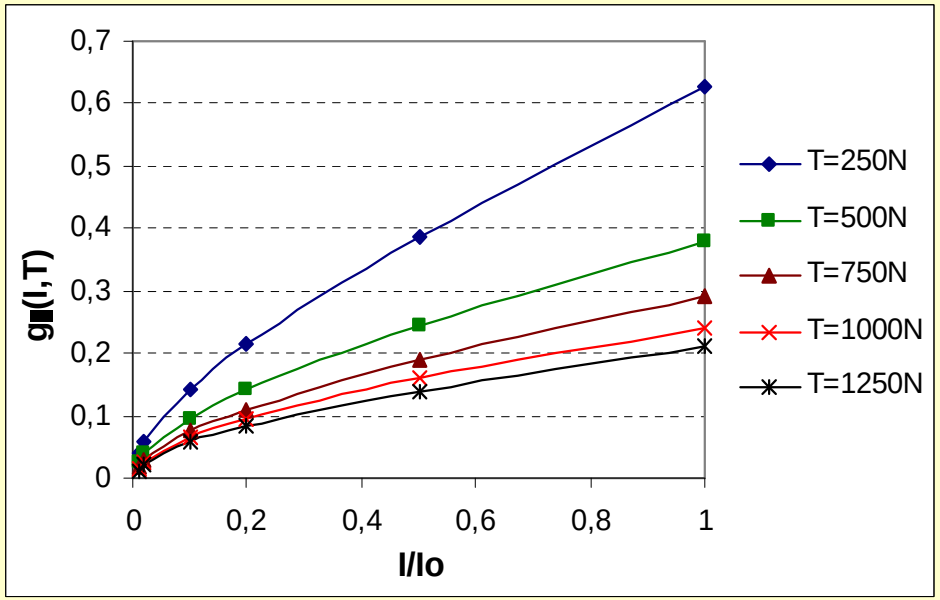
$$K_e = \frac{K_0 K}{K_0 + K}$$

$$K_0 = \frac{ES}{L}$$

Donc g_1 est indépendant de K (ainsi que de K_0) ➔ $g_1(I,T)$

Etude de $g_1(I,T)$





$$g_1^{mod}(I,T) = \gamma (I/I_0)^{\alpha} / T^{\beta}$$

$$\rightarrow \; g_1^{mod} = 0{,}0072 \left(\frac{I}{I_0} \frac{ES}{T} \right)^{0{,}6}$$

$$g_1^{mod} = 0{,}0072 \left(\frac{I}{I_0} \frac{ES}{T} \right)^{0,6}$$

Ecarts relatifs de g_1^{mod} par rapport à g_1

I/I_0	T=250 N	T=500 N	T=750 N	T=1000 N	T=1250 N
1	5,1%	-2,4%	-5,1%	-6,1%	-6,6%
0,5	-1,4%	-5,8%	-6,5%	-6,4%	-6,0%
0,2	-4,9%	-5,5%	-4,6%	-3,6%	-2,6%
0,1	-4,3%	-3,2%	-1,7%	-0,5%	0,4%
0,02	1,9%	3,0%	3,2%	2,6%	1,5%

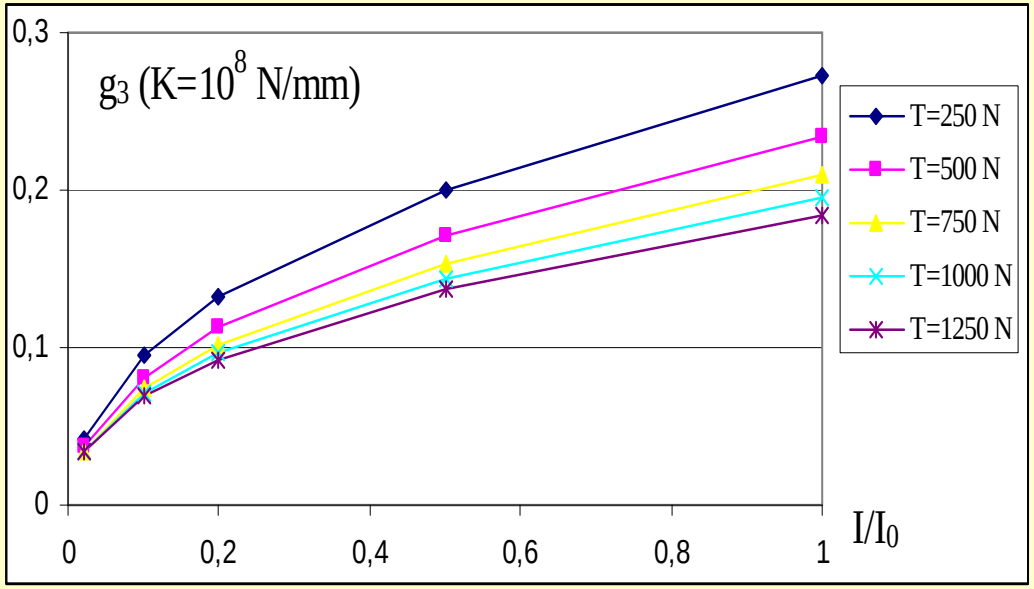
$$C_1^{mod} = \frac{2T}{\ell} \left[1 + g_1^{mod}(I, T) \right]$$

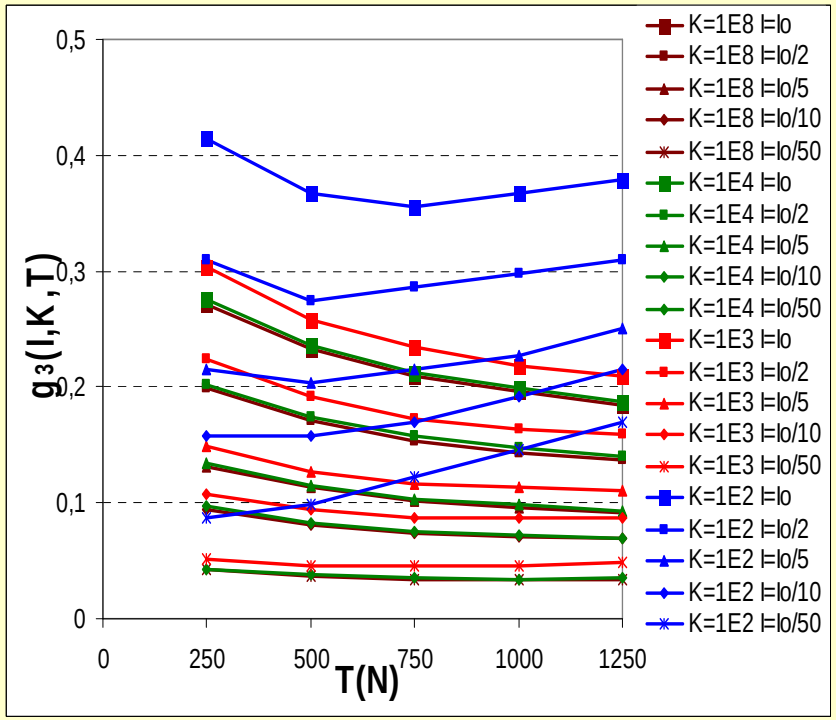
Ecarts relatifs de C_1^{mod} par rapport à C_1

I/I_0	T=250 N	T=500 N	T=750 N	T=1000 N	T=1250 N
1	1,94%	-0,66%	-1,15%	-1,19%	-1,14%
0,5	-0,40%	-1,12%	-1,03%	-0,87%	-0,73%
0,2	-0,86%	-0,68%	-0,46%	-0,31%	-0,20%
0,1	-0,53%	-0,27%	-0,12%	-0,03%	0,02%
0,02	0,10%	0,11%	0,09%	0,06%	0,03%

Analyse : - Effet de l'inertie I sur g_1
- Effet des faibles tensions sur C_1

Etude de $g_3(I,K,T)$





Recherche d'un modèle sous la forme :

$$g_3^{mod}(I,K,T) = (I/I_0)^{\alpha}\left[a_0 + a_1 K_e\right]$$

avec a_0 et a_1, s'exprimant linéairement avec la tension T

$$g_3^{mod}(I,K,T) = (I/I_0)^{0,45}\left[0{,}308 + 71{,}2\frac{T}{ES} - \frac{K_e}{K_0}\left(0{,}105 + 98{,}3\frac{T}{ES}\right)\right]$$

$$C_3 = \frac{KK_0}{K+K_0}\frac{1}{\ell^2}\left[1+g_3(I,K,T)\right]$$

Ecarts relatifs de C_3^{mod} par rapport à C_3

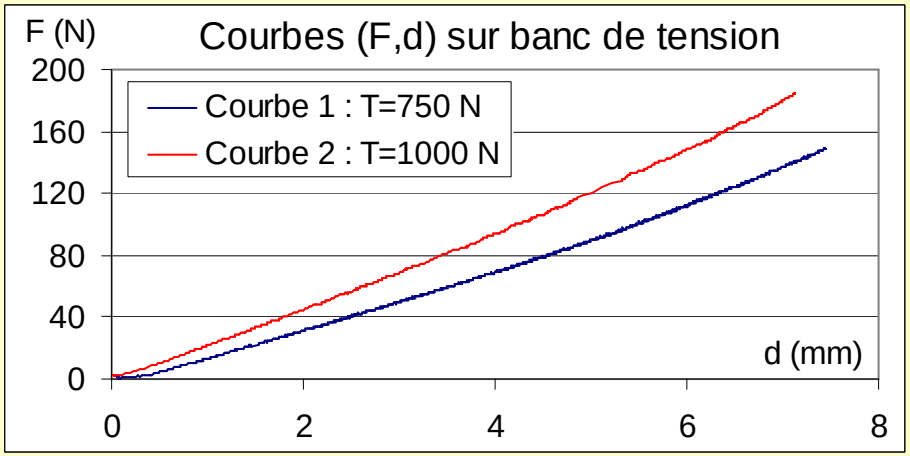
	I/I_0	T=250 N	T=500 N	T=750 N	T=1000 N	T=1250 N
$K=10^8$ N/mm	1	-6,7%	-5,2%	-4,7%	-5,0%	-5,5%
	0,5	-5,3%	-4,0%	-3,6%	-3,9%	-4,4%
	0,2	-3,7%	-2,8%	-2,5%	-2,8%	-3,1%
	0,1	-2,6%	-1,9%	-1,9%	-2,1%	-2,5%
	0,02	-1,0%	-0,8%	-0,7%	-1,0%	-1,3%
$K=10^4$ N/mm	1	-6,3%	-4,4%	-3,6%	-3,6%	-3,8%
	0,5	-4,9%	-3,4%	-2,9%	-2,8%	-3,1%
	0,2	-3,5%	-2,4%	-2,0%	-2,1%	-2,2%
	0,1	-2,5%	-1,6%	-1,4%	-1,5%	-1,8%
	0,02	-0,9%	-0,6%	-0,7%	-0,7%	-1,1%
$K=10^3$ N/mm	1	-4,2%	-0,2%	2,3%	4,2%	5,5%
	0,5	-3,4%	-0,3%	1,7%	2,8%	3,8%
	0,2	-2,4%	-0,2%	1,0%	1,6%	2,1%
	0,1	-1,8%	-0,3%	0,6%	0,9%	1,1%
	0,02	-0,8%	-0,2%	-0,1%	0,0%	-0,1%
$K=10^2$ N/mm	1	-5,9%	0,1%	3,7%	5,6%	7,4%
	0,5	-5,1%	-0,3%	0,9%	2,1%	3,3%
	0,2	-4,6%	-2,1%	-1,5%	-1,0%	-1,4%
	0,1	-3,4%	-2,3%	-2,1%	-2,9%	-3,7%
	0,02	-2,8%	-3,2%	-4,7%	-6,1%	-7,4%

Procédure expérimentale :

$$C_1^{mod} = \frac{2T}{\ell}\left[1 + 0{,}0072\left(\frac{I}{I_0}\frac{ES}{T}\right)^{0{,}6}\right]$$

	Connus	Evalués	Calculés
Sur banc de tension	T	C_1 (voire C_3)	I/I_0 (K_{banc})
Sur la structure	I/I_0	C_1 et C_3	T et K

Validation de la procédure à partir d'essais sur banc de tension



Sur banc de tension	I/I_0
Courbe 1 : T = 750 N	0,35
Courbe 2 : T = 1000 N	0,28

➔ **$I/I_0 \approx 0{,}32$**

	Modèle présenté		Modèle à inertie nulle	
I/I_0 = 0,32 ; sur banc	**T (N)**	**K (N/mm)**	T (N)	K (N/mm)
Courbe 1	**757**	**$7{,}5\ 10^3$**	871	$-2{,}6\ 10^7$
Courbe 2	**992**	**$9{,}2\ 10^3$**	1120	$-2{,}2\ 10^7$

- Tensions correctement évaluées par le modèle présenté (écarts < 1%)
- Forte sensibilité de K à la régression polynomiale

- L'inertie de flexion doit donc être prise en compte dans l'évaluation de la tension
- La rigidité des points d'accrochage peut aussi être évaluée
- Nécessité de compléter les essais numériques avec des longueurs câbles et des espacements entre poulies différents
- La pertinence de cet outil a ainsi été démontrée pour le réglage et le contrôle de systèmes de tenségrité

Merci de votre attention

Plage de variation des paramètres auscultés :

- T : de 250N à 1250N
- K : de 10^2 à 10^8 N/mm
- I : de I_0 à $I_0/50$

} 100 cas étudiés

Evolutions des fonctions correctives
$g_1(I,K,T)$ et $g_3(I,K,T)$
obtenues des simulations sous ANSYS

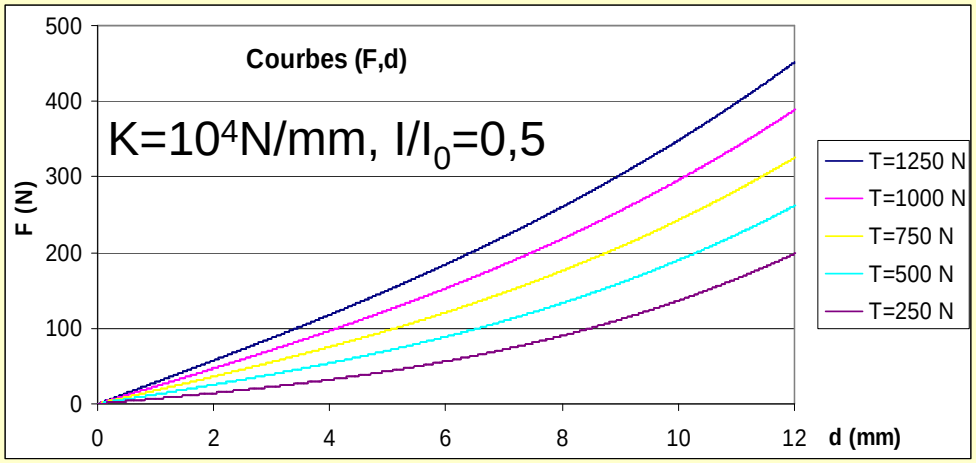
Procédure expérimentale :

$$C_1^{mod} = \frac{2T}{\ell}\left[1 + 0{,}0072\left(\frac{I}{I_0}\frac{ES}{T}\right)^{0{,}6}\right]$$

	Connus	Evalués	Calculés
Sur banc de tension	T	C_1 (voire C_3)	I/I_0 (K_{banc})
Sur la structure	I/I_0	C_1 et C_3	T et K

Validations de la procédure

a/ A partir de simulations numériques ANSYS



	I/I_0
T=1250 N	0,45
T=1000 N	0,45
T=750 N	0,47
T=500 N	0,42
T=250 N	0,41

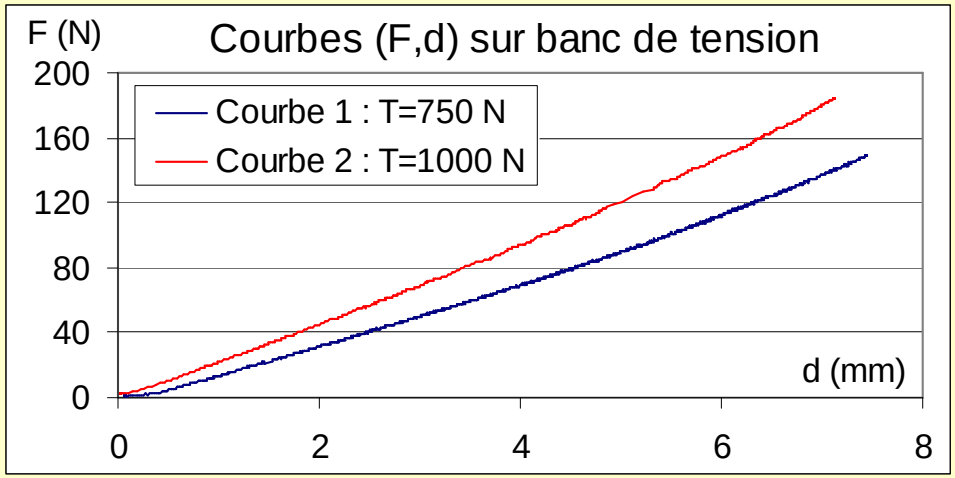
➔ $I/I_0 \approx 0{,}44$

Simulations avec I/I_0 = 0,5 et K = 100N/mm	T (N) calculé avec I/I_0 = 0,44	K (N/mm) calculé avec I/I_0 = 0,44
T = 1250 N	1253	$1{,}01\ 10^2$
T = 1000 N	1002	$1{,}01\ 10^2$
T = 750 N	752	$1{,}02\ 10^2$
T = 500 N	502	$1{,}04\ 10^2$
T = 250 N	254	$1{,}07\ 10^2$

➔ estimations satisfaisantes de T et K malgré l'erreur de 10% sur l'inertie

Validations de la procédure

b/ A partir d'essais sur banc de tension



Sur banc de tension	I/I_0
Courbe 1 : T = 750 N	0,35
Courbe 2 : T = 1000 N	0,28

➔ $I/I_0 \approx 0,32$

	Modèle présenté		Modèle à inertie nulle	
I/I_0 = 0,32 ; sur banc	**T (N)**	**K (N/mm)**	T (N)	K (N/mm)
Courbe 1	**757**	**$7,5\ 10^3$**	871	$-2,6\ 10^7$
Courbe 2	**992**	**$9,2\ 10^3$**	1120	$-2,2\ 10^7$

- Tensions correctement évaluées par le modèle présenté (écarts < 1%)
- Forte sensibilité de K à la régression polynomiale