



**HAL**  
open science

# FORMALISME DES CORDES POUR DES FILS GROS OBLIQUES DANS LA MÉTHODE FDTD 3D

C Guiffaut, A Reineix

► **To cite this version:**

C Guiffaut, A Reineix. FORMALISME DES CORDES POUR DES FILS GROS OBLIQUES DANS LA MÉTHODE FDTD 3D. colloque international sur la Compatibilité Electromagnétique, INP - ENSEEIHT, Jun 2023, Toulouse, France. hal-04202694

**HAL Id: hal-04202694**

**<https://unilim.hal.science/hal-04202694>**

Submitted on 11 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# FORMALISME DES CORDES POUR DES FILS GROS OBLIQUES DANS LA MÉTHODE FDTD 3D

C. Guiffaut<sup>1</sup> et A. Reineix<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut XLIM, Université de Limoges, [christophe.guiffaut@xlim.fr](mailto:christophe.guiffaut@xlim.fr), [alain.reineix@xlim.fr](mailto:alain.reineix@xlim.fr)

**Résumé.** Le formalisme des fils minces obliques de la méthode FDTD-3D est généralisé avec une théorie basée sur l'introduction d'un concept de corde qui permet l'extension contrôlée du couplage d'un conducteur dans une grille FDTD sur plusieurs cellules transverses. Les retombées sont la modélisation de conducteurs avec des rayons gros de l'ordre de la taille de la cellule sans contrainte importante sur le critère de stabilité et une précision accrue du formalisme des fils minces.

## I. INTRODUCTION

La méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) est largement utilisée en compatibilité électromagnétique pour la modélisation de structures 3D complexes. À l'instar de la méthode équation intégrale, elle modélise efficacement toutes les structures conductrices qui sont vecteurs des perturbations électromagnétiques susceptibles d'impacter les circuits et l'intégrité des signaux. Grâce au formalisme des fils obliques minces [1], les conducteurs filaires peuvent aussi être traités par la méthode FDTD. Il établit un couplage réciproque entre le courant circulant le long des conducteurs et le champ électrique des cellules FDTD traversées par ces derniers. Initialement, les fils obliques traitent de conducteurs nus traversant librement le maillage FDTD et permettant des modélisations de structures diverses telles que des antennes filaires, des treillis et grillages dans les bâtiments, des topologies complexes de câbles en mode commun, etc. Les nombreuses extensions proposées [2], [3] au modèle de fil oblique visent à couvrir la grande diversité des câbles et de leurs caractéristiques (câble gainé, conducteurs blindés, effet de peau, câbles couplés, etc.).

Ce modèle permet le traitement de topologies complexes de conducteurs sans le maillage de leur section. Toutefois, le rayon des conducteurs doit être plus petit que 1/10 de la taille de la cellule FDTD pour éviter toute réduction du critère de stabilité CFL, coefficient qui est en générale fixé entre 0.9 et 1.0. Dès que le rayon d'un conducteur dépasse 1/3 de la taille d'une cellule FDTD, le coefficient CFL sera réduit à 0.6 pour un fil positionné sur une arête de la grille cartésienne, positionnement le plus contraignant (figure 1). Cette valeur passe à 0.2 pour un rayon de 1/2 de la taille de la cellule ce qui augmente d'un facteur inversement proportionnel le temps de calcul. En outre, cette contrainte s'accompagne d'une perte de précision du modèle équivalent qui équivaut à une sous-estimation du rayon du conducteur. Le formalisme des fils gros proposé ici vise à lever le verrou sur la contrainte de stabilité pour des fils

dont le rayon pourra dépasser la taille de la cellule tout en améliorant la précision du modèle. En outre, il réduira la sensibilité à sa position ou à son orientation dans la grille FDTD. On ne recherche pas non plus des rayons de conducteur qui feraient plusieurs fois la taille d'une cellule FDTD car le conducteur peut alors être maillé. Toutefois ce formalisme permettrait en perspective cette extension.

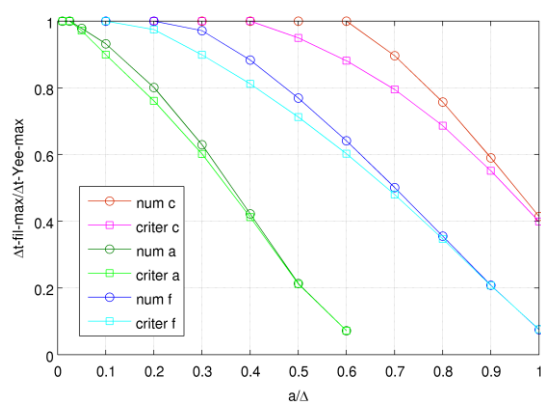
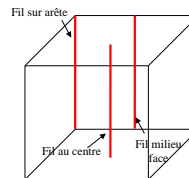


Fig.1. Critère de stabilité du formalisme des fils minces en fonction du ratio rayon  $a$  / pas spatial  $\Delta$  de la cellule FDTD pour trois positions du fil dans la cellule : sur arête (a), au milieu d'une face (f) et au centre de la cellule (c). Comparaison entre une formule théorique (criter) et des expériences numériques (num).



Pour traiter des fils gros sans impacter la stabilité, il est nécessaire d'augmenter le rayon de couplage avec la grille FDTD et donc d'impliquer plus de composantes de champ. Toutefois, les tentatives [4] proposées dans le passé conduisent à des contraintes inextricables sur les jonctions entre conducteurs ou à des problèmes de conservation de la charge dans la grille FDTD.

Sur la base du formalisme des fils minces rappelée dans la section §II.1, le concept de corde est introduit pour représenter une ligne embarquant notamment les bonnes propriétés de couplage réciproque et de continuité de la trace du courant dans la grille FDTD afin de conserver la charge (section §II.2). Ensuite, il est montré que des cordes multiples peuvent être associées à un conducteur et les connexions aux extrémités entre conducteurs peuvent être géré efficacement d'un point de vue géométrique en introduisant des cordes supplémentaires de type rayon (section §II.3). Cette approche apporte alors des possibilités importantes de combinaison des cordes

permettant de moduler la précision du formalisme et de traiter des fils gros dépassant la taille de la cellule.

## II. THEORIE

### II.1. Formalisme des fils minces

Le formalisme des fils obliques est basé sur celui de Holland. Un rappel est proposé ici pour faire le lien avec les développements sur le concept de corde. Pour traiter un fil oblique rectiligne traversant librement la grille cartésienne FDTD, deux équations supplémentaires de type ligne de transmission sont ajoutées au système d'équations de Maxwell comme suit :

$$L_{l,k} \partial_t I_k + R I_k + \partial_r V_k = \langle E_k \rangle \quad (1-a)$$

$$C_{l,k} \partial_t V_k + \partial_r I = 0 \quad (1-b)$$

Ce système et les équations vectorielles de Maxwell sont résolus par la méthode FDTD. Dans (1),  $r$  est la direction du fil qui peut être quelconque dans l'espace.  $k$  désigne un segment de fil sur lequel est résolu la tension  $V$  aux nœuds des segments et le courant  $I$  aux milieux.  $R_l$ ,  $L_l$ , et  $C_l$  sont les paramètres linéiques de la ligne.

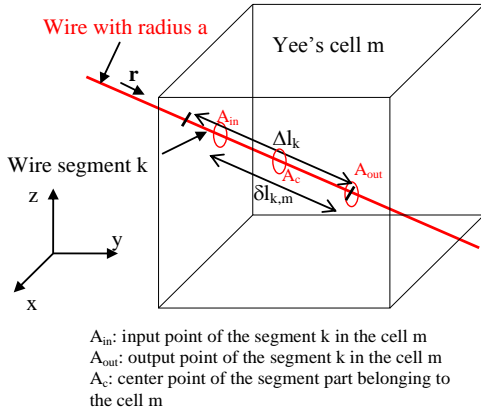


Fig.2. Intersection d'un fil et d'une cellule indiquée  $m$ .  $\delta_{l,k}$  est la longueur du segment  $k$  contenue dans la cellule  $m$ .

Ce système est similaire à celui de la théorie des lignes avec le modèle de couplage champ – câble d'Agrawal. Toutefois, (1) est couplé de manière réciproque avec l'équation de Maxwell-Ampère. En faisant une correspondance avec la théorie des lignes, (1) se différencie par le référencement qui n'est plus un conducteur de retour tel un plan de masse mais les champs électriques des cellules contenant le fil. Dès lors, toutes les composantes cartésiennes de la cellule interviennent dans le couplage. Le champ électrique appliqué sur le fil se décompose comme suit :

$$\langle E_k \rangle = \sum_{u=x,y,z} \langle E_{u,k} \rangle r_u, \quad (2-a)$$

$$\langle E_{u,k} \rangle = \sum_{m,m \cap k} \left[ \frac{\delta l_{k,m}}{\Delta l} \sum_{j=1}^4 \langle E_{u,j,m} \rangle P_{u,j,k,m} \right] \quad (2-b)$$

où  $E_{u,j,m}$  est une composante cartésienne du champ électrique de la cellule  $m$  et positionné sur l'arête  $j$ . Chaque direction cartésienne  $u$  implique 4 arêtes dans la cellule  $m$ . Ensuite, des poids  $P_{u,j,k,m}$  sont appliqués sur chaque composante de champ électrique. Ces poids sont calculés sur la base de l'intégrale des pondérations bilinéaires de Lagrange le long du segment  $k$ . Pour assurer la conservation de la charge lors du rayonnement du courant du fil dans la grille FDTD, une pondération bilinéaire mixte est appliquée. Elle combine des poids au barycentre (b) du segment et sur ses nœuds ( $n=N_1, N_2$ ) comme suit :

$$P_{u,j,k,m} = \int_{N_1 N_2} P_{u,j,k,m}(\rho) d\rho = \frac{1}{3} (P_{u,j,k,m}^n + 2P_{u,j,k,m}^b) \quad (3)$$

Le calcul de l'inductance linéique  $L_{l,k}$  résulte aussi d'une suite de pondérations comme pour le champ électrique car elle représente le lien entre le courant et les points de référencement qui coïncident avec les champs électriques impliqués dans le couplage. Pour assurer la réciprocity du schéma, on introduit d'une part une densité de courant  $J_k$  associée au segment  $k$  et homogénéisée sur le volume d'une cellule FDTD :

$$J_k = \frac{I_k \Delta l}{\Delta x \Delta y \Delta z}, \quad (4)$$

Ensuite, on réalise une projection de (4) sur les arêtes de la grille FDTD portant les composantes du champ électrique. Les coefficients de (2) sont alors utilisés pour pondérer la distribution sur toutes les arêtes de la cellule et assurer un couplage réciproque :

$$J_{u,j,m} = r_u \sum_{k,k \cap m} \frac{\delta l_{k,m}}{\Delta l} P_{u,j,k,m} J_k. \quad (5)$$

Dès lors, la mise à jour d'une composante de champ électrique au sens des différences finies peut s'exprimer comme suit :

$$E_{u,j,m}^{n+1} = E_{u,j,m}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left( (\nabla \times \vec{H}) \cdot \vec{u} - J_{u,j,m} \right)^{n+\frac{1}{2}} \quad (6)$$

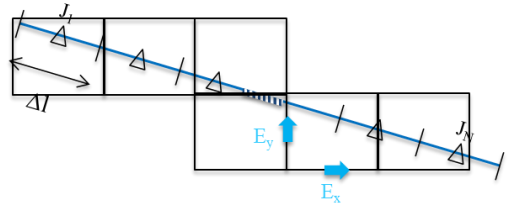


Fig.3. Corde de couplage fil – grille FDTD

### II.2. Propriété d'une corde

Le formalisme des fils obliques se scinde en deux parties. Nous avons d'un côté un système type ligne de transmission (1) qui peut être complexifié afin de prendre en compte des éléments électriques ou de circuit, être étendu à différents modèles de câble comme dans la méthode MTL. Cette partie est commune à tous les modèles de fil mince basés sur le formalisme de Holland.

D'un autre côté, nous avons le couplage réciproque fil – grille FDTD qui va se traduire dans la grille FDTD par une perturbation des champs électriques environnant le fil et due au lien de ces derniers avec le courant du fil, lien qui est réglé par les lois de variation spatiale du champ autour d'un fil rectiligne. On introduit alors le concept de corde pour représenter le lien unitaire de ce couplage et qui sera doté des bonnes propriétés afin d'assurer la consistance du schéma.

Une corde définit le couplage à partir des relations (2) et (5) qui peuvent être mises sous forme matricielle :

$$\vec{E}_k = [C_{bl}] \begin{bmatrix} \vec{E}_{x,m} \\ \vec{E}_{y,m} \\ \vec{E}_{z,m} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \vec{J}_{x,m} \\ \vec{J}_{y,m} \\ \vec{J}_{z,m} \end{bmatrix} = [C_{bl}]^t \vec{r} J_k \quad (7)$$

La matrice  $[C_{bl}]$  embarque les coefficients qui apparaissent dans (2-b) et qui sont de la forme pour une corde indexé  $q$  :

$$C_{u,q,j,k,m} = p_q \frac{\delta l_{q,k,m}}{\Delta l} p_{u,q,j,k,m}, \quad (8)$$

pour une contribution d'une corde avec un poids  $p_q$ . Bien que le nombre d'indices soit important dans (8), la transcription algorithmique reste assez directe et nécessite l'introduction d'une boucle supplémentaire sur les cordes par rapport au formalisme des fils obliques [1]. Sur la base d'une distribution uniforme, le champ électrique (2) et l'inductance d'un segment de fil deviennent :

$$\langle E_k^c \rangle = \sum_{q=1}^{N_c} p_q \langle E_{k,q} \rangle, \quad L_k^c = \sum_{q=1}^{N_c} p_q L_k \quad (9)$$

Ensuite une corde contient les propriétés suivantes :

- Continuité de la trace du courant (CTC) dans la grille [1]
- Réciprocité du couplage
- Self-consistance des coefficients [1]
- Couplage de segments de fil uniquement avec les cellules traversées

Le principe de conservation de la charge lors du rayonnement des fils se traduit de manière pratique par la CTC dans la grille FDTD. Soit le courant équivalent  $I_{u,j,m}$  sur une arête  $j$  dans la direction  $u$  d'une cellule  $m$  induit par les courants des segments  $k$  en intersection avec la cellule  $m$  (en général entre 1 et 4 segments contigus dans une cellule) :

$$I_{u,j,m} = \Delta v \Delta w J_{u,j,m} = r_u \sum_{k,k \cap m} \sum_{q=1}^{N_c} C_{u,q,j,k,m} I_k \quad (10)$$

Supposons un courant constant sur le fil. Le poids en courant  $P_{c,u,j,m}$  sur l'arête  $(u,j,m)$  s'écrit alors simplement :

$$P_{c,u,j,m} = r_u \sum_{k,k \cap m} \sum_{q=1}^{N_c} C_{u,q,j,k,m} \quad (11)$$

L'application de la loi des nœuds sur les sommets de la grille FDTD implique :

$$\sum_{u=x,y,z} (I_{u+,s} - I_{u-,s}) = 0, \quad (12-a)$$

$$\Rightarrow \sum_{u=x,y,z} (P_{c,u+,s} - P_{c,u-,s}) = 0, \quad (12-b)$$

pour tous les sommets  $s$  de la grille FDTD d'une cellule  $m$  traversée par un fil. L'intérêt pratique de cette formulation est la possibilité de vérifier la CTC de l'algorithme mis en place sur les sommets car elle est liée uniquement aux coefficients de pondération choisis. Parmi les propriétés essentielles d'une corde, la self-consistance des coefficients de pondération signifie que (3) assure la CTC pour toutes les situations géométriques de jonctions entre deux ou plusieurs fils alors que les pondérations s'appliquent indépendamment sur chacun d'entre eux.

### II.3. Fils gros

La corde contient les propriétés de couplage assurant un comportement consistant et robuste au formalisme des fils obliques. En outre, la précision du schéma de couplage est d'ordre 2 comme les coefficients de Lagrange employés. Cet objet, une fois introduit, peut être multiplié d'un point de vue mathématique mais aussi d'une manière directe dans sa mise en œuvre informatique avec comme objectif d'étendre la zone de couplage. Cette construction est géométrique. Par exemple, en 2D, on peut ajouter en plus de la corde 0 coïncidant avec le fil deux cordes situées de part et d'autre. Dès lors, trois retombées vont être obtenues. L'inductance de cellule est augmentée relâchant la contrainte CFL pour des fils plus gros. La CTC est assurée par chacune des cordes donc elle est assurée globalement. La précision est augmentée et contrôlée par la distribution des cordes.

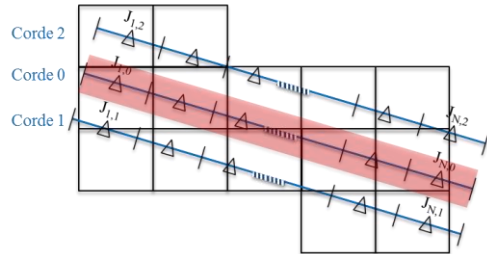


Fig.4. Corde 0 correspondant à la fibre neutre du fil + deux cordes de part et d'autre

D'une manière générale, on visera une disposition des cordes sur un cylindre de rayon  $r_c$  a priori supérieur au rayon du conducteur dans une grille cubique. Dans une grille parallélépipédique, les cordes seront distribuées sur un cylindre elliptique (figure 5) afin que le ratio  $r_c / \Delta u$  soit conservé pour les trois directions cartésiennes et ainsi

permettre une contribution équilibrée en nombre et en poids pour chaque direction. La corde centrale n'est pas obligatoire bien que d'un point de vue interpolation, sa présence soit pertinente. Les poids des cordes réparties sur le cylindre sont identiques. On appliquera aussi le même poids pour la corde centrale dans les applications numérique bien que ce choix puisse être discuté mais un optimal n'a pas été trouvé pour l'instant.

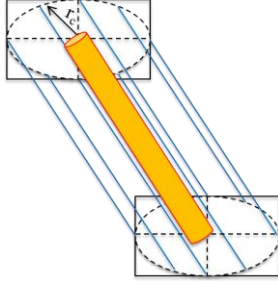


Fig.5. Conducteur avec 8 cordes autour en bleu.

#### II.4. Jonction multifilaires

Le dernier point délicat est la jonction entre deux ou plusieurs fils. Les cordes de deux fils sont disjointes à leur extrémité connecté si les deux fils ne sont pas alignés ce qui sera problématique pour la CTC. La solution la plus simple d'un point de vue de la construction géométrique et aussi de mise en œuvre est d'introduire des cordes de type rayon aux extrémités (figure 6) qui replient les cordes orthogonalement avec un point unique de jonction pour toutes les cordes. Ce point de jonction coïncide avec l'extrémité du fil et va assurer la continuité électrique dans la grille FDTD. Ensuite, le courant sur la corde rayon sera calculé à partir du même poids que celui de la corde auquel il est rattaché. Ce courant est utile uniquement comme intermédiaire pour distribuer la densité de courant de la corde rayon ( $cr$ ) dans la grille FDTD :

$$I_{q,i}^{cr} = p_q I_{e,i} \quad (13)$$

Avec  $I_{e,i}$  le courant sur le segment extrémité du fil  $i$  qui sera forcément le premier ou le dernier. Au regard de la CTC, il sera toutefois plus rigoureux de recalculer un courant équivalent impliquant la loi des nœuds. Pour une jonction à  $N_j$  fils, le courant à l'extrémité du fil  $i$ , supposant tous les courants orientés entrant sur le nœud, sera calculé comme suit :

$$I_{e,i}^m = \frac{1}{2} \left( I_{e,i} - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_j} I_{e,j} \right) \quad (14)$$

En particulier, supposons deux fils connectés mais formant une droite. Les cordes rayons des deux fils connectés coïncident alors parfaitement et elles ne doivent pas contribuer à la trace du courant dans la grille. (14) permettra d'assurer que les densités de courant des cordes rayon distribuées dans la grille FDTD s'annihilent complètement.

Ces considérations apportent une rigueur au formalisme des cordes sur le traitement de la jonction et sur la CTC. Toutefois, les expérimentations numériques montrent que l'intrication des cordes rayon sur une jonction entre fils non alignés introduit une composante continue sur le courant et dans la grille FDTD. Elle est symptomatique d'un problème de conservation de la charge lié au couplage supplémentaire qu'induisent les cordes rayon sur les segments d'extrémité des fils en jonction.

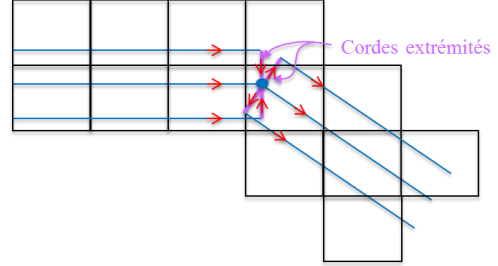


Fig.6. Connexion entre deux fils. Introduction de cordes type rayon en extrémité pour la continuité électrique

Dans un premier temps, on a supposé que les cordes rayon étant orthogonales au fil associé, on n'applique pas de couplage réciproque avec celles-ci. C'est-à-dire qu'aucune contribution du champ électrique des cordes rayon n'est introduite sur le fil. Physiquement, ce point est discutable dès qu'on a une discontinuité entre deux fils inclinés l'un par rapport à l'autre. Celle-ci a un effet local aussi les cordes rayon pourraient avoir une contribution en réception pour les fils. Dès lors, un couplage réciproque a été introduit sans viser rigoureusement l'effet de la discontinuité mais dans l'espoir de corriger les charges parasites introduites par le couplage des cordes rayon avec les extrémités des cordes régulières. Pour ce faire, Le champ électrique sur les cordes rayons va contribuer au champ électrique appliqué au segment de fil d'extrémité comme suit :

$$E_{k,q} = \langle E_{k,q} \rangle + \frac{L_{cr,q}}{\Delta l_k} \langle E_q^{cr} \rangle \quad (15)$$

où  $k$  est le segment d'extrémité du fil,  $\langle E_{k,q} \rangle$  le champ électrique tangentiel de la corde  $q$  sur son segment  $k$ ,  $\langle E_q^{cr} \rangle$  le champ électrique tangentiel de la corde rayon  $q$  ramené sur le segment  $k$ ,  $L_{cr,q}$  la longueur de la corde rayon  $q$  et  $\Delta l_k$ , la longueur du segment  $k$ .

On observera tout d'abord que le champ de la corde rayon est ajouté et non moyenné avec celui du segment extrémité. Ce point peut questionner mais il faut voir cette contribution comme si la corde rayon produisait un courant supplémentaire à l'extrémité du fil qui est ajouté au dernier segment. Le deuxième point clé est le ratio des longueurs  $L_{cr,q}/\Delta l_k$  qui vient pondérer la contribution du champ électrique de la corde rayon. Ce ratio peut être supérieur à 1 sur le rayon du cylindre  $r_c$  qui porte les cordes lorsque  $r_c$

est supérieur à la taille de la maille ce qui est contre-intuitif car cela revient à augmenter le champ. Toutefois, si on fait tendre  $r_c$  vers 0, on s'attend à une contribution tendant vers 0 alors que la contribution du champ électrique de la corde sera toujours du même ordre de grandeur sans l'introduction du ratio. La justification à ce ratio est donc la suivante : la charge induite par la corde rayon est appliquée sur une longueur de segment différente de celle de la corde rayon d'où la nécessité d'introduire ce ratio pour conserver la charge de la corde rayon embarquée sur le segment d'extrémité.

Le dernier point concerne l'inductance du segment d'extrémité. La discontinuité devrait introduire une modification de celle-ci toutefois, on vise ici uniquement un traitement de la jonction qui soit conservatif et donc l'impact sur l'inductance est une perspective du formalisme mais n'est pas développé ici.

### III. APPLICATIONS

Le modèle de fil gros mis en œuvre est évalué tout d'abord sur un dipôle alimenté par un générateur de tension en son centre. Cet objet est suffisamment simple et rapide à simuler pour mener un grand nombre de tests et évaluer les différents réglages possibles offerts par les cordes. Sa longueur fait 2.94 m et il est maillé avec une grille uniforme de pas spatial 10 cm. Le rayon du dipôle est réglé à 3 cm permettant de comparer le formalisme à une corde moyennant une CFL réduite à 0.6 contre une CFL à 0.95 avec 5 cordes dont une corde centrale. La fréquence maximale est 300 MHz donnant un échantillonnage spatial à la limite de  $\lambda_{min}/10$ . On montre ici qu'une seule figure avec le formalisme des cordes pour un rayon de 3 cm et diverses orientations définies par les angles usuels des coordonnées sphériques ( $\theta, \phi$ ). Les réponses de la figure 7 montrent le bon accord des réponses entre eux y compris pour les fréquences hautes où le maillage FDTD devient grossier.

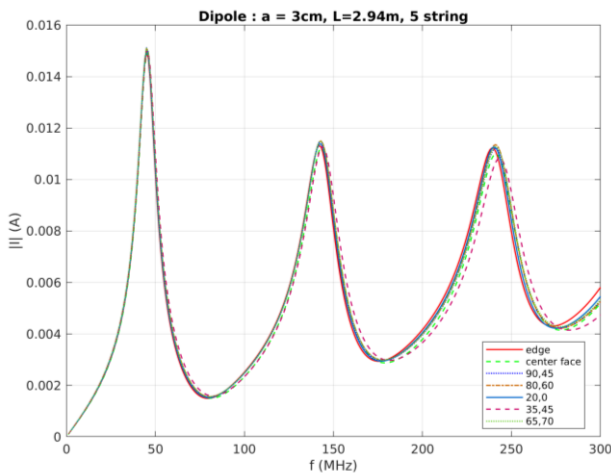


Fig.7. Courants en fonction de la fréquence d'un dipôle. Comparaison pour différentes orientations du dipôle. Modèle de couplage avec 5 cordes. Edge = dipôle sur

arête, Center face = dipôle parallèle à  $x$  et passant par le centre de la cellule.

La deuxième application est une double boucle illuminée par une onde plane et une fonction impulsionnelle de type gaussien couvrant une bande de fréquence jusqu'à 5 GHz. La figure 8 montre la modélisation dans le cas d'une rotation de  $40^\circ$  en azimuth. Des réponses en courant sont données pour les trois capteurs au milieu de 3 fils parallèles de la structure. À noter que cette application permet de tester les jonctions entre deux et 3 fils dans des conditions où les cordes rayons sont intriquées. Les cellules de la grille FDTD sont cubiques de côté  $\Delta = 6$  mm. Le rayon des fils est choisi à 5 mm soit  $0.83\Delta$ . La fréquence maximale correspond à un maillage de  $\lambda_{min}/10$ . Le rayon du cylindre supportant les cordes est fixé à la taille de la cellule  $\Delta$ . Le modèle est à 8 cordes + une corde centrale.

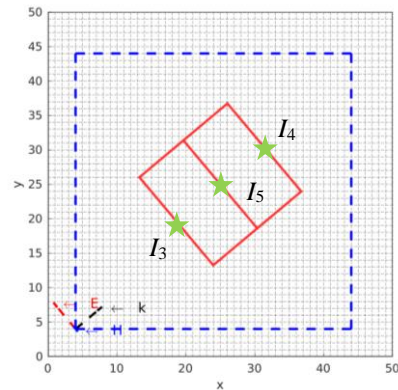


Fig.8. Double boucles de côtés 10 cm. Illumination par une onde plane avec une polarisation du champ électrique parallèle aux trois fils contenant les capteurs de courant en leur milieu. Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la double boucle. Le contour en bleu et celui de la surface de Huygens permettant l'injection de l'onde plane.

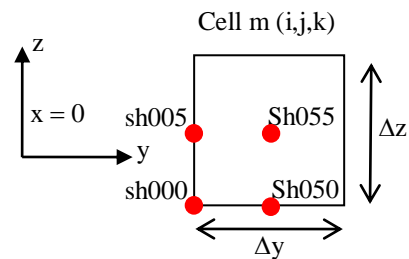


Fig.9. Convention de position d'un fil dans une cellule FDTD. Shxyz = shift (décalage) suivant x, y, z.

La réponse en courant dans le domaine temporel montre la précision des résultats avec le modèle à 9 cordes (rayon des conducteurs de 5 mm, pas spatial 6 mm, cellule cubique). La figure 10 montre une comparaison sur le courant I3 dans le domaine temporel. La courbe en bleu moins précise correspond au formalisme des fils obliques minces classiques avec une CFL réduite à 0.4 et qui perd en précision sur les gros fils. Le formalisme des cordes montrent sa grande stabilité en précision quel que soit

l'orientation de la structure dans la grille FDTD ou son décalage.

La figure 11 montre un test de l'effet du couplage réciproque avec la formule (15) des cordes rayons. En particulier, on observe la composante continue parasite sur le courant en temporel lorsque l'équation (15) n'est pas appliquée. La figure 12 met en évidence la nécessité d'appliquer le ratio des longueurs de (15) pour annihiler la composante continue.

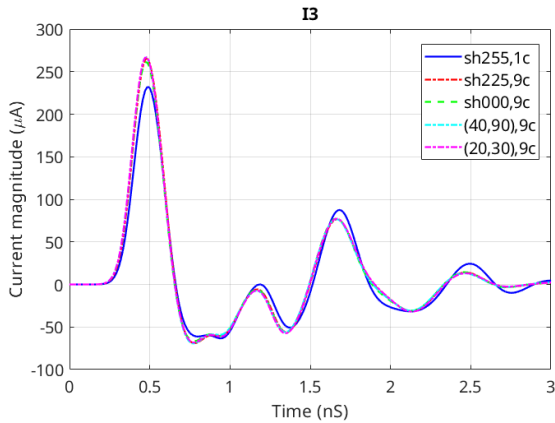


Fig.10. Double boucles de côtés 10 cm. Réponses temporels du courant  $I_3$ .  $1c$  = une corde,  $9c$  = 9 cordes.  $Shxyz$  signifie que la boucle est décalée suivant la convention de la figure 9 mais non tournée. Les deux dernières courbes correspondent à des rotations de la boucle  $(\phi, \theta) = (40, 90)$  et  $(20, 30)$ .

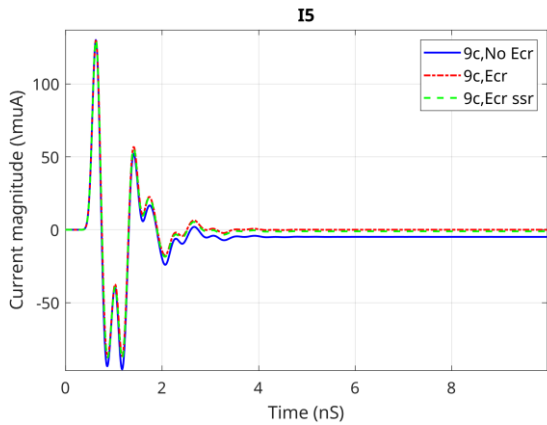


Fig.11. Double boucles de côtés 10 cm. Réponses temporels du courant  $I_5$ .  $9c$  = 9 cordes.  $E_{cr}$  est l'utilisation du champ électrique des cordes rayon. Idem pour  $E_{cr}$  ssr mais sans le ratio des longueurs de (15).  $No E_{cr}$  est sans le champ électrique des cordes rayon.

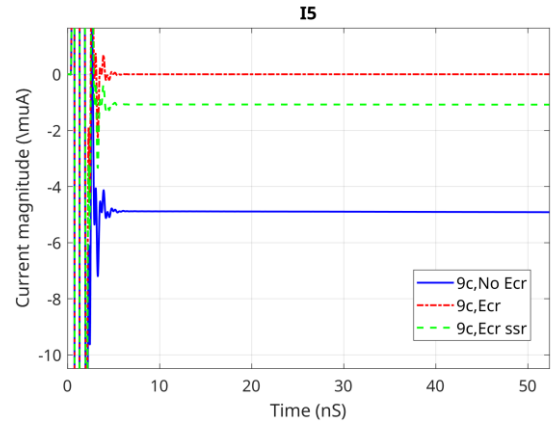


Fig.12. Zoom de la figure précédente. Mise en évidence des composantes continues sur le courant.

Des réponses en fréquence sont données sur les figures 13 et 14. Une comparaison est réalisée avec le logiciel FEKO. Les réponses sont en excellent accord. On notera que FEKO est à la limite de son utilisation à cause d'un ratio rayon sur longueur de segment de fil trop élevé malgré un maillage relâché.

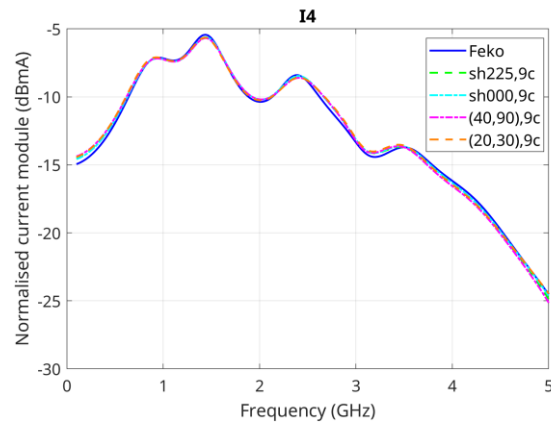


Fig.13. Double boucles de côtés 10 cm. Réponses en fréquence sur le courant  $I_4$

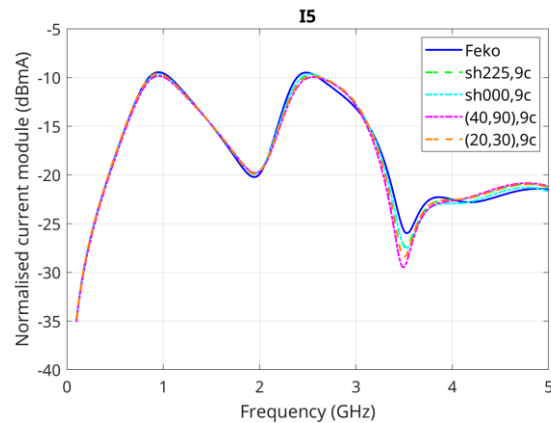


Fig.14. Double boucles de côtés 10 cm. Réponses en fréquence sur le courant  $I_5$

#### IV. CONCLUSION

Le formalisme des cordes est un nouveau concept qui permet une généralisation du formalisme des fils obliques pour modéliser des fils dont les rayons peuvent dépasser la taille des cellules FDTD. La stabilité du schéma est préservée avec une CFL proche de 1.0. L'introduction des cordes rayon étend les capacités pour le traitement des jonctions multifils et permet d'éviter la génération de charges parasite. Les résultats montrent une précision accrue de ce nouveau formalisme qui offre en outre un paramétrage souple sur le nombre de cordes à appliquer et le rayon du cylindre portant les cordes qui peut être ajusté en fonction de la grosseur des conducteurs. Ainsi en perspective, nous visons la modélisation de faisceaux de câbles à grande section proche de parois conductrices.

#### V. REMERCIEMENT

L'étude a reçu un soutien du CEA Gramat dans le cadre du laboratoire commun LEV3E avec l'Institut XLIM.

#### REFERENCES

- [1] C. Guiffaut and A. Reineix, "New oblique thin wire formalism in the FDTD method with multiwire junctions," IEEE Trans. on Antennas and Propag., vol. 60, no. 3, pp. 1458 – 1466, March 2012.
- [2] C. Guiffaut, N. Rouvrais, A. Reineix and B. Pecqueux, "Insulated Oblique Thin Wire Formalism in the FDTD Method," IEEE Trans. on Electrom. Compat., vol. 59, pp. 1532 – 1540, May 2017.
- [3] C. Guiffaut, A. Reineix, "Des fils obliques pour une modélisation conforme et sans maillage des câbles dans la méthode FDTD. Bilan et extensions," 17ème Colloque International et Exposition sur la Compatibilité Electromagnétique - CEM 2014 – Clermont-Ferrand, France, 30/06-03/07 2014.
- [4] F. Edelvik, "A new technique for accurate and stable modeling of arbitrarily oriented thin wires in the FDTD method," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 45, no. 2, pp. 416–423, May 2003.